ダイナミック・ファクター・モデルによるGDPナウキャスティング

IM13F032

舘　祐太

1. 問題意識

◆景気の認知ラグの存在
ー GDP：当該期が終わって1ヵ月半後に公表

◆金融・財政政策への影響

景気の現状（Now）＋予測（Forecasting）
⇒ナウキャスティング（Now-casting）

2. 先行研究

◆ Bridge Equation（Chow and Lin（1971））

$$Y_k^Q = a + bX_k^Q + \varepsilon_k^Q$$ k は四半期

$$\hat{Y}_t^M = \hat{a} + \hat{b}X_t^M + \hat{\varepsilon}_t^M$$ t は月次

【応用例】

- 飯塚・川田（2002）、山澤（2003）
  — 日本経済研究センター 月次GDP

- Hara and Yamane（2013）
  — 主成分分析によるファクターを活用

2. 先行研究：まとめ

- 速報性の改善が必要
  — 金融データ、サーベイデータ等の活用

- jagged edgeの問題

【 jagged edgeの例】

		IIP	株価	M3
時期	10月上旬	8月	9月	8月
	10月中旬	8月	9月	9月
	10月末	9月	9月	9月

3. モデルの枠組み

- ダイナミック･ファクター･モデル
  — Banbura et al.(2010)

- カルマン･フィルタによって、jagged edgeを考慮しつつ、最適な予測値を作成（後述）

- 2014年11月末時点で利用可能なデータを使用

3. モデルの枠組み：データセット

- 月次と四半期のデータのみを使用（日次データは月中平均値とした）。期間は2005年1月～2014年9月まで（2005年第1四半期～2014年第3四半期）。

No.	Freq.	Group	Series	Conversion Method	Source
1	月次	物価	CPI総合（除く消費税の影響）	対数差分	総務省
2	月次	物価	CGPI総合（除く消費税の影響）	対数差分	日本銀行
3	月次	金融	マネーストック（M3：平均残高）	対数差分（2階）	日本銀行
4	月次	金融	総貸出平残（銀行・信金計）	対数差分（2階）	日本銀行
5	月次	金融	長短金利差	差分	Bloomberg：月中平均値
6	月次	金融	名目実効為替レート	対数差分	BIS
7	月次	金融	日経平均株価 225種	対数差分	日本経済新聞社：月中平均値
8	月次	コモディティー	日経商品指数42種	対数差分	日本経済新聞社：月中平均値
9	月次	コモディティー	原油価格（ドバイ原油）	対数差分	Bloomberg：月中平均値
10	月次	実体経済	鉱工業生産指数	対数差分	経済産業省
11	月次	実体経済	第3次産業活動指数	対数差分	経済産業省
12	月次	実体経済	公務等活動指数	対数差分	経済産業省
13	月次	実体経済	建設業活動指数	対数差分	経済産業省
14	月次	実体経済	実質輸出	対数差分	日本銀行
15	月次	実体経済	実質輸入	対数差分	日本銀行
16	月次	実体経済	失業率	差分	総務省
17	月次	実体経済	就業者数	対数差分	総務省
18	月次	実体経済	小売売上高指数	対数差分	経済産業省
19	四半期	サーベイ	日銀短観：業況判断（全産業・全規模）	差分	日本銀行
20	四半期	GDP	実質GDP	対数差分	内閣府

3. モデルの枠組み：月次データ

観測方程式

$$X_{i,t}^{M} = \mu_i^{M} + \Lambda_i^{M}\mathbf{F}_t + \varepsilon_{i,t}^{M}$$

$$X_{i,t}^{Q*} = \mu_i^{Q} + \Lambda_i^{Q}\mathbf{F}_t + \varepsilon_{i,t}^{Q}$$

- ✓ 四半期データの（観測されない）月次の変動も、ファクターによって説明されると仮定する。

状態方程式

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{A}\mathbf{F}_{t-1} + \mathbf{u}_t$$

$$\varepsilon_{i,t}^{M} = \beta_i^{M}\varepsilon_{i,t-1}^{M} + e_{i,t}^{M}$$

$$\varepsilon_{i,t}^{Q} = \beta_i^{Q}\varepsilon_{i,t-1}^{Q} + e_{i,t}^{Q}$$

- ✓ ARモデルの次数は簡略化のため1を仮定

3. モデルの枠組み：四半期データ

- 四半期データと月次データの接続はMariano and Murasawa (2003)の方法を用いる。

$$GDP_t^Q = \sqrt[3]{GDP_t^M GDP_{t-1}^M GDP_{t-2}^M}$$

$$\ln\left(GDP_t^Q\right) = \frac{1}{3}\left\{\ln\left(GDP_t^M\right) + \ln\left(GDP_{t-1}^M\right) + \ln\left(GDP_{t-2}^M\right)\right\}$$

$$\begin{aligned}\ln\left(GDP_t^Q\right) - \ln\left(GDP_{t-3}^Q\right) = &\frac{1}{3}\left\{\ln\left(GDP_t^M\right) - \ln\left(GDP_{t-1}^M\right)\right\} + \frac{2}{3}\left\{\ln\left(GDP_{t-1}^M\right) - \ln\left(GDP_{t-2}^M\right)\right\} \\ &+ \frac{3}{3}\left\{\ln\left(GDP_{t-2}^M\right) - \ln\left(GDP_{t-3}^M\right)\right\} + \frac{2}{3}\left\{\ln\left(GDP_{t-3}^M\right) - \ln\left(GDP_{t-4}^M\right)\right\} \\ &+ \frac{1}{3}\left\{\ln\left(GDP_{t-4}^M\right) - \ln\left(GDP_{t-5}^M\right)\right\}\end{aligned}$$

$\ln\left(GDP_t^Q\right) - \ln\left(GDP_{t-3}^Q\right) = X_{GDP,t}^{Q}, \ln\left(GDP_t^M\right) - \ln\left(GDP_{t-1}^M\right) = X_{GDP,t}^{Q*}$ とすると、

$$X_{GDP,t}^{Q} = \frac{1}{3}X_{GDP,t}^{Q*} + \frac{2}{3}X_{GDP,t-1}^{Q*} + \frac{3}{3}X_{GDP,t-2}^{Q*} + \frac{2}{3}X_{GDP,t-3}^{Q*} + \frac{1}{3}X_{GDP,t-4}^{Q*} \ , \ t = 3k \quad k = 1,2,\ldots$$

と表すことができる。

3. モデルの枠組み：月次＋四半期①

観測方程式

- 7頁目の最後の式に6頁目の式を代入し、変数を定義し直すと、観測方程式は以下のようになる。

$*\mathbf{I}$: 単位行列（$M=18\times18, Q=2\times2$）

$$\begin{bmatrix}\mathbf{X}_t^M \\ \mathbf{X}_t^Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\mu}^M \\ 3\boldsymbol{\mu}^Q\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda}^M & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_M & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{1}{3}\boldsymbol{\Lambda}^Q & \frac{2}{3}\boldsymbol{\Lambda}^Q & \frac{3}{3}\boldsymbol{\Lambda}^Q & \frac{2}{3}\boldsymbol{\Lambda}^Q & \frac{1}{3}\boldsymbol{\Lambda}^Q & \mathbf{0} & \frac{1}{3}\mathbf{I}_Q & \frac{2}{3}\mathbf{I}_Q & \frac{3}{3}\mathbf{I}_Q & \frac{2}{3}\mathbf{I}_Q & \frac{1}{3}\mathbf{I}_Q\end{bmatrix}$$

$$*\begin{bmatrix}\mathbf{F}_t{}^T & \mathbf{F}_{t-1}{}^T & \mathbf{F}_{t-2}{}^T & \mathbf{F}_{t-3}{}^T & \mathbf{F}_{t-4}{}^T & \boldsymbol{\varepsilon}_t^{M\,T} & \boldsymbol{\varepsilon}_t^{Q\,T} & \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^{Q\;T} & \boldsymbol{\varepsilon}_{t-2}^{Q\;T} & \boldsymbol{\varepsilon}_{t-3}^{Q\;T} & \boldsymbol{\varepsilon}_{t-4}^{Q\;T}\end{bmatrix}^T$$

- ここで、

$$\boldsymbol{\alpha}_t=\begin{bmatrix}\mathbf{F}_t{}^T & \mathbf{F}_{t-1}{}^T & \mathbf{F}_{t-2}{}^T & \mathbf{F}_{t-3}{}^T & \mathbf{F}_{t-4}{}^T & \boldsymbol{\varepsilon}_t^{M\,T} & \boldsymbol{\varepsilon}_t^{Q\,T} & \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^{Q\;T} & \boldsymbol{\varepsilon}_{t-2}^{Q\;T} & \boldsymbol{\varepsilon}_{t-3}^{Q\;T} & \boldsymbol{\varepsilon}_{t-4}^{Q\;T}\end{bmatrix}^T$$

とし、過去のファクターの値と系列固有の変動を含めている。

⇨ $$\mathbf{X}_t=\boldsymbol{\mu}+\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\alpha}_t,\quad \boldsymbol{\theta}=\left(\boldsymbol{\mu},\mathbf{A},\mathbf{B}^M,\mathbf{B}^Q,\boldsymbol{\Lambda}^M,\boldsymbol{\Lambda}^Q,\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\eta}}\right)$$

3. モデルの枠組み：月次＋四半期②

状態方程式

- 状態ベクトルが $\boldsymbol{\alpha}_t$ へ拡張されたことにより、以下の式のようになる。

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha}_t = \mathbf{T}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\alpha}_{t-1} + \mathbf{H}\boldsymbol{\eta}_t, \quad \boldsymbol{\theta} = \left(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{A}, \mathbf{B}^M, \mathbf{B}^Q, \boldsymbol{\Lambda}^M, \boldsymbol{\Lambda}^Q, \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\eta}}\right)$$

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix}
\mathbf{A} & \mathbf{0} & & \cdots & & \mathbf{0} & & & & & \\
\mathbf{I}_F & & & & & & & & & & \\
\mathbf{0} & \mathbf{I}_F & & & & \vdots & & & \mathbf{0} & & \\
\vdots & & \mathbf{I}_F & & & & & & & & \\
\vdots & & & \mathbf{I}_F & & \mathbf{0} & & & & & \\
\mathbf{0} & & \cdots & & \mathbf{0} & \mathbf{B}^M & & & & & \\
 & & & & & & \mathbf{B}^Q & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\
 & & & & & & \mathbf{I}_Q & & & & \\
 & & \mathbf{0} & & & & \mathbf{0} & \mathbf{I}_Q & & & \vdots \\
 & & & & & & \vdots & & \mathbf{I}_Q & & \\
 & & & & & & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{I}_Q & \mathbf{0}
\end{bmatrix}, \quad
\mathbf{H} = \begin{bmatrix}
\mathbf{I}_F & \cdots & \mathbf{0} \\
\vdots & & \vdots \\
\mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\
 & \mathbf{I}_M & \\
 & & \mathbf{I}_Q \\
 & \mathbf{0} &
\end{bmatrix}, \quad
\boldsymbol{\eta}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_t \\ \mathbf{e}_t^M \\ \mathbf{e}_t^Q \end{bmatrix}, \quad \mathrm{var}(\boldsymbol{\eta}_t) = \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\eta}}$$

$^*\mathbf{I}$：単位行列$(F = 3\times 3, Q = 2\times 2, M = 18\times 18)$

3. モデルの枠組み：まとめ

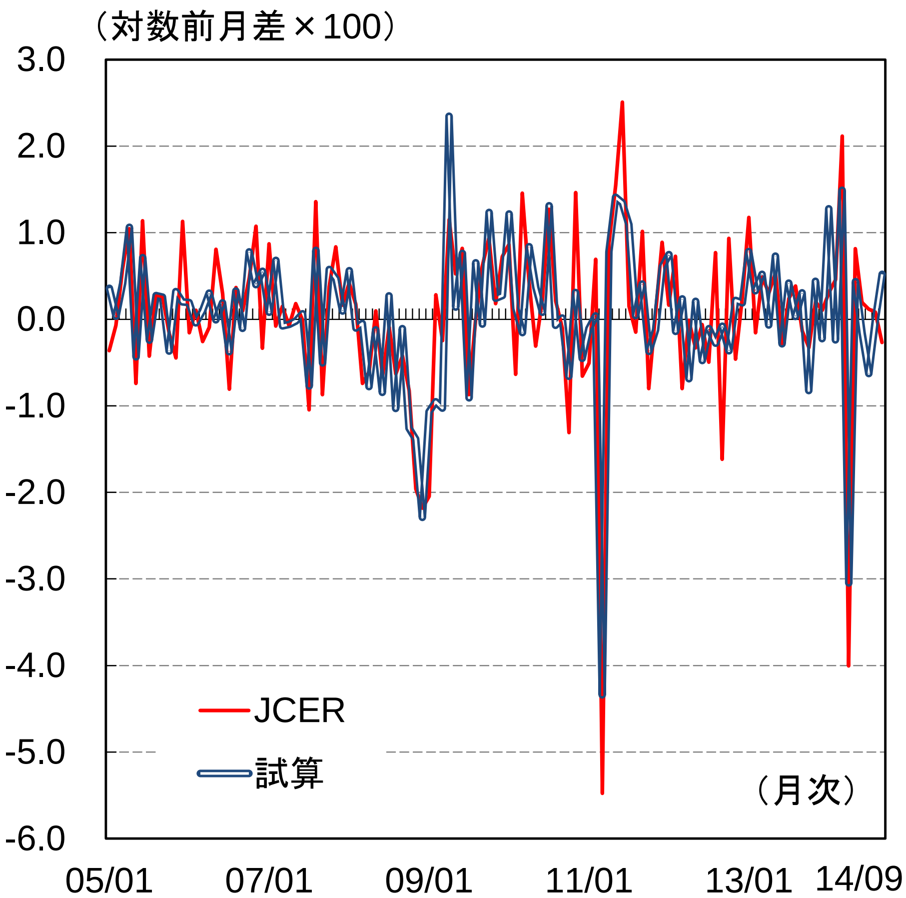
観測方程式 $\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\alpha}_t$

状態方程式 $\boldsymbol{\alpha}_t = \mathbf{T}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\alpha}_{t-1} + \mathbf{H}\boldsymbol{\eta}_t$

パラメータ $\boldsymbol{\theta} = \left(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{A}, \mathbf{B}^M, \mathbf{B}^Q, \boldsymbol{\Lambda}^M, \boldsymbol{\Lambda}^Q, \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\eta}}\right)$

- 四半期データで観測できない月のデータは欠損値として扱う
- jagged edgeを含め、系列によって公表されていない期のデータが存在する際も欠損値として扱う
- パラメータは最尤法によって推計
  — Hamilton(1994)、Mariano and Murasawa(2003)
  — 状態ベクトルはカルマン・フィルタによって推計

4. 推計結果①（月次GDPの比較）

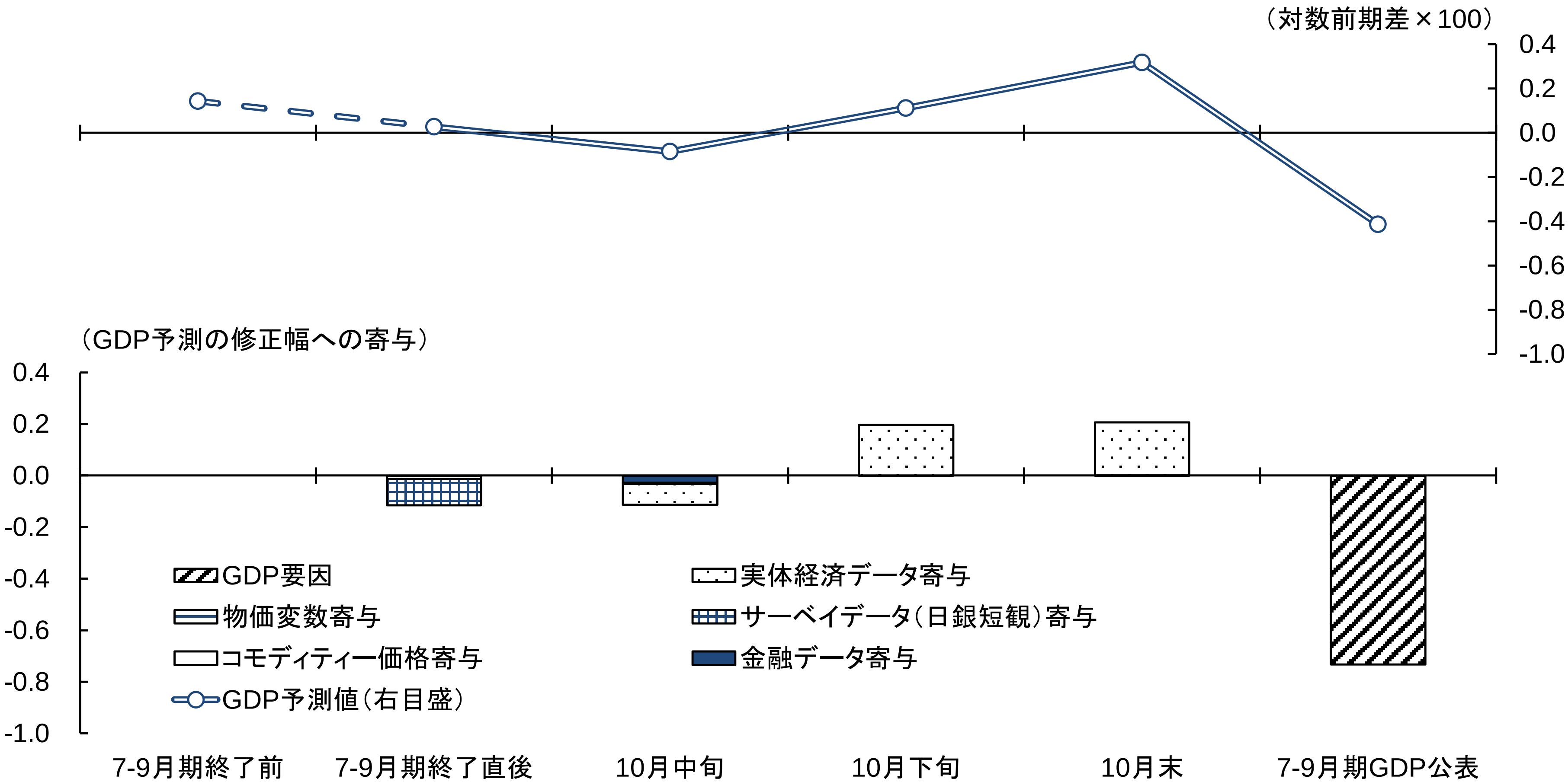


（注）JCERは2014年7-9月期の1次QEの値を織り込んでいない。

（資料）日本経済研究センター『月次GDP』

4. 推計結果②（予測の更新）

2014年7-9月期GDPのナウキャスティング



5. まとめ（今後の課題）

- ARモデルの次数、ファクターの数の選択

- 日次、週次のファクターモデルの考察
  —ECB、FRB
  —日次GDPの作成

- 東大日次物価指数、グーグルトレンドの検索量データといった高頻度データの活用

参考文献

- Banbura, M., D. Giannone, and L. Reichlin (2010), “Nowcasting”, Working Paper Series 1275, European Central Bank
- Chow, G. C., and An-loh Lin (1971), “Best linear unbiased interpolation, distribution, and extrapolation of time series by related series”, *The Review of Economics and Statistics*, Vol.53, No.4
- Hamilton, J. D. (1994), “Time Series Analysis”, Princeton University Press
- Mariano, R., and Y. Murasawa (2003), “A new coincident index of business cycles based on monthly and quarterly series”, *Journal of Applied Econometrics*, Vol.18, pp. 427-443
- N. Hara and S. Yamane (2013), “New monthly estimation approach for nowcasting GDP growth: The case of Japan”, Bank of Japan Working Paper Series, No.13-E-14
- 飯塚信夫・川田豊（2002）「月次GDPの改訂」日本経済研究センター研究報告No.97
- 山澤成康（2003）「景気指標としての月次GDP」浅子和美・福田慎一編『景気循環と景気予測』第8章　東京大学出版会