

平成26年度 修士論文発表会

長期記憶モデルに基づく
コモディティボラティリティのモデル化

一橋大学大学院 国際企業戦略研究科

金融戦略コース

若見 真紀子

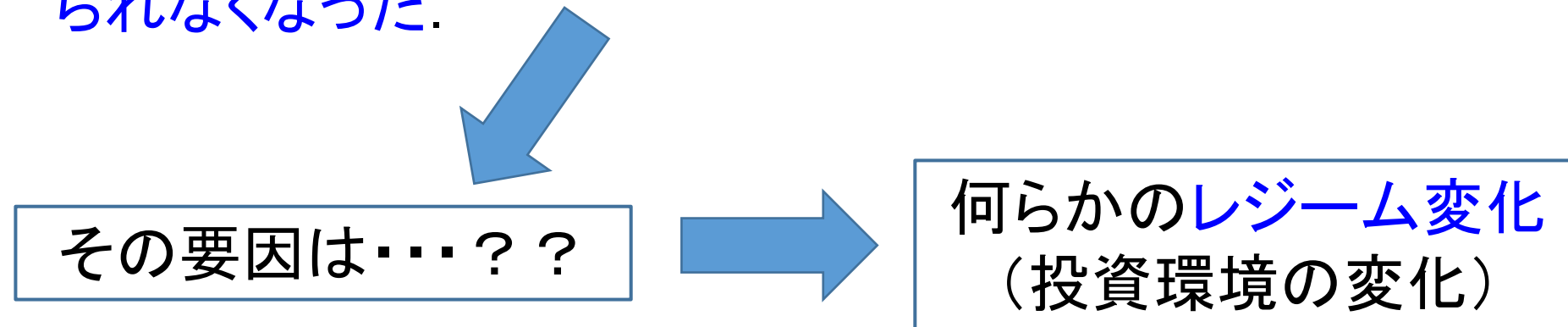
im13f037@g.hit-u.ac.jp

2015年3月20日

1.はじめに

研究動機

- 2010年から2013年までコモディティ(米/欧/日/豪取引所の約50商品)を対象に**トレンド・フォロー戦略**のシステム・トレードで資金運用をしていた.
- 1980年から2000年代前半までは**トレンド・フォロー**しやすく, 安定的に収益を獲得できたが, **2000年代後半以降は安定的な収益があげられなくなった.**



研究方法の検討

レジームの変化の検出
(投資環境の変化)



どうやって調べる ??

時系列データの精緻なモデル化を通じて、
客観的にレジーム変化を捉える



どうやって変化を捉える ??

「レジームの変化」=「適切なデータ区分を通じた時
系列モデルの切り替わり」

研究方法(1/2)

期間を区切り、
複数の時系列モデルを当てはめ、
レジーム変化を客観的に確認する

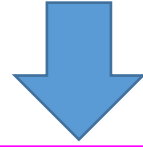
2つの手順

- ① 統計的に適切な期間にデータを区分すること
- ② 各期間での精緻なモデル化を行う

「各期間でのモデルの変化」を確認することで、
レジーム変化の客観的な表現が可能

モデルの変化とは ??

研究方法(2/2)



モデルの変化とは ??

短期記憶モデル(GARCH系)

①ボラティリティ構造の変化 ⇒ ボラティリティの非対称性

長期記憶モデル(FIEGARCH)

(注)先物の長期記憶性については次のスライドを参照

②和分次数の変化 ⇒ ボラティリティの定常性

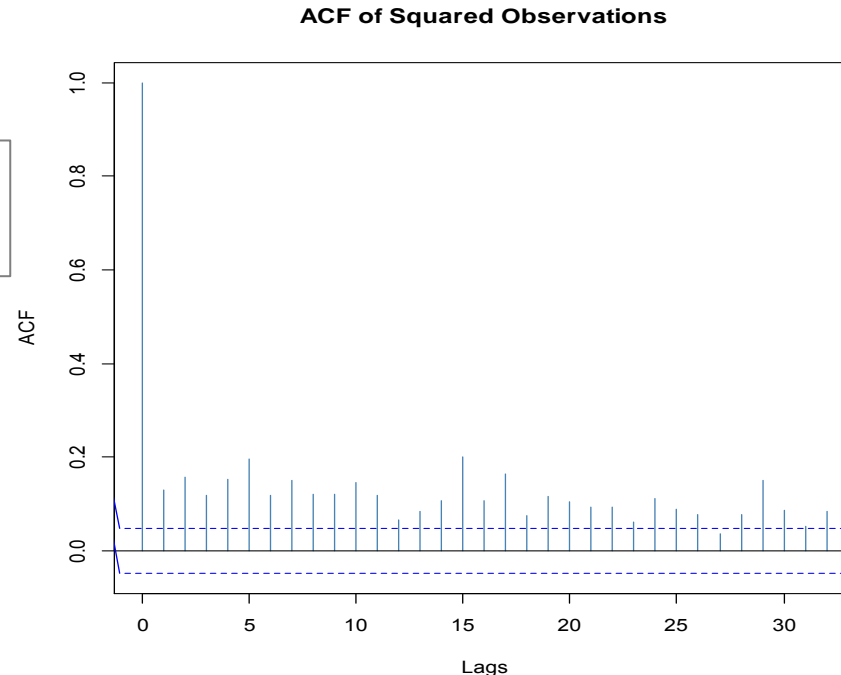


短期記憶モデル、長期記憶モデルにおける各期間でのパラメータの変化を追跡することで、どのようなレジーム変化があったかを客観的に確認することができる

商品先物の長期記憶性

1980年のCornリターンの自己相関を表している**グラフ1**を見るとリターンに関しては長期記憶性があると思われる

グラフ1: 1980年のCornリターンの自己相関



本稿では長期記憶性が論じられている論文を中心にサーベイした

先行論文(1/3)

- 渡部敏明, 佐々木浩二[2006]

「ARCH型モデルと“Realized Volatility”によるボラティリティ予測とバリュー・アット・リスク」日本銀行金融研究所『金融研究』第25巻,別冊第2号, pp.39-74.

2000/1/4～2005/12/19の日経平均株価指数のリターンを算出し,さまざまなARCH型モデル(GARCHモデル, EGARCHモデル, FIEGARCHモデル等)でボラティリティを定式化している.

日次リターンのボラティリティ変動の定式化に加え、Realized Volatilityの定式化と5分間隔データを使用して、ARFIMAXモデルで定式化し、VaRによる予測パフォーマンスの比較も行った.

先行論文(2/3)

- 三井秀俊[2012]

「日本の商品先物市場におけるボラティリティの長期記憶性に関する分析」日本大学経済学部経済科学研究所 Working Papers 11-04

2003/4/1 ~ 2010/12/30の日経商品先物指数, 東穀取農産物指数, 東工取商品指数, 金のリターンを算出し, FIGARCHモデル, FIEGARCHモデルでボラティリティを定式化している.

日経商品先物指数は非定常長期記憶過程に, 東穀取農産物指数は定常長期記憶過程に, 日経・東工取商品指数は非定常長期記憶過程に, 金は定常長期記憶過程に従うという結果であった.

モデルのパラメータ推定はG@RCH4.2/OxMetricsを利用している. 本論文でも三井秀俊[2012]と同じ手法をとり, G@RCH4.2/OxMetricsを利用してモデルのパラメータ推定を行った.

先行論文(3/3)

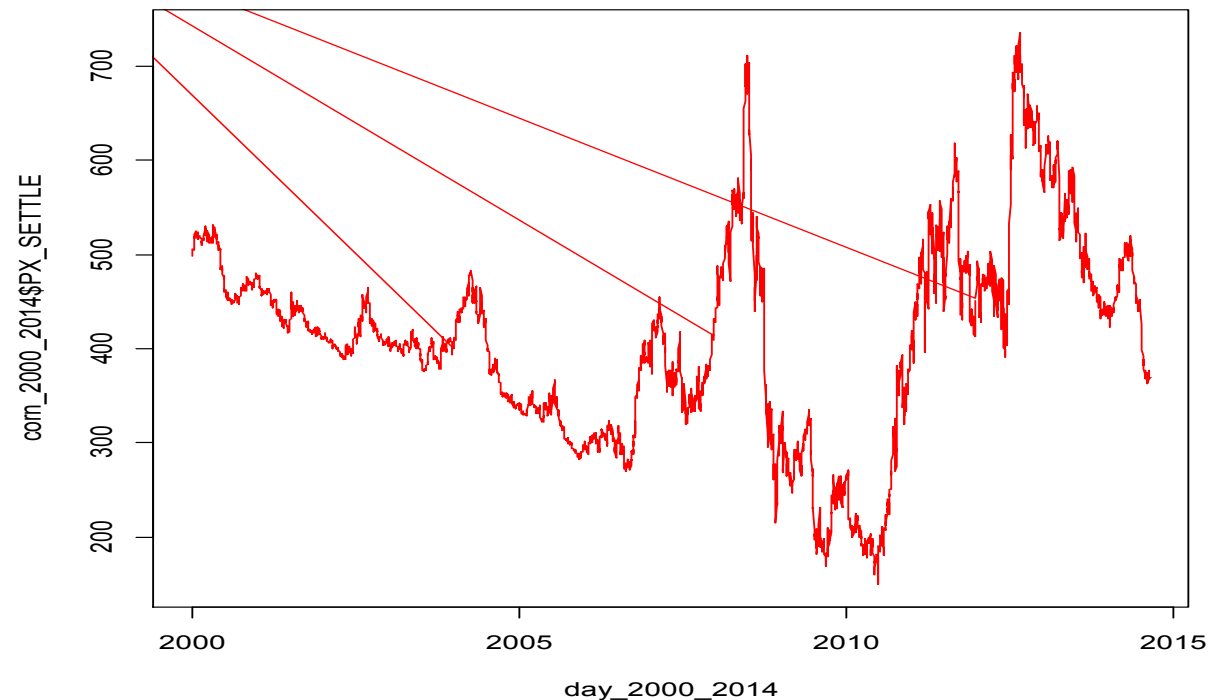
- 渡部敏明, 佐々木浩二[2006], 三井秀俊[2012]の両論文は上記期間を区切らずに1つのボラティリティモデルで説明しているが, 本論文では, 簡便的な方法ではあるがモデルを仮定する前に Kolmogorov-Smirnov 検定で構造変化の有無を検定し, 構造変化があった場合はその前後でそれぞれの期間のデータをモデル推定することにした.

2. データについて

データ(1/4)

- 先物市場CME (Chicago Mercantile Exchange) Corn 日次データ (2000/01/03 ~ 2014/8/22) を使用する。データはBloomberg から取得した。

グラフ2: Corn Settlement Price
(2000/1/3-2014/8/22)



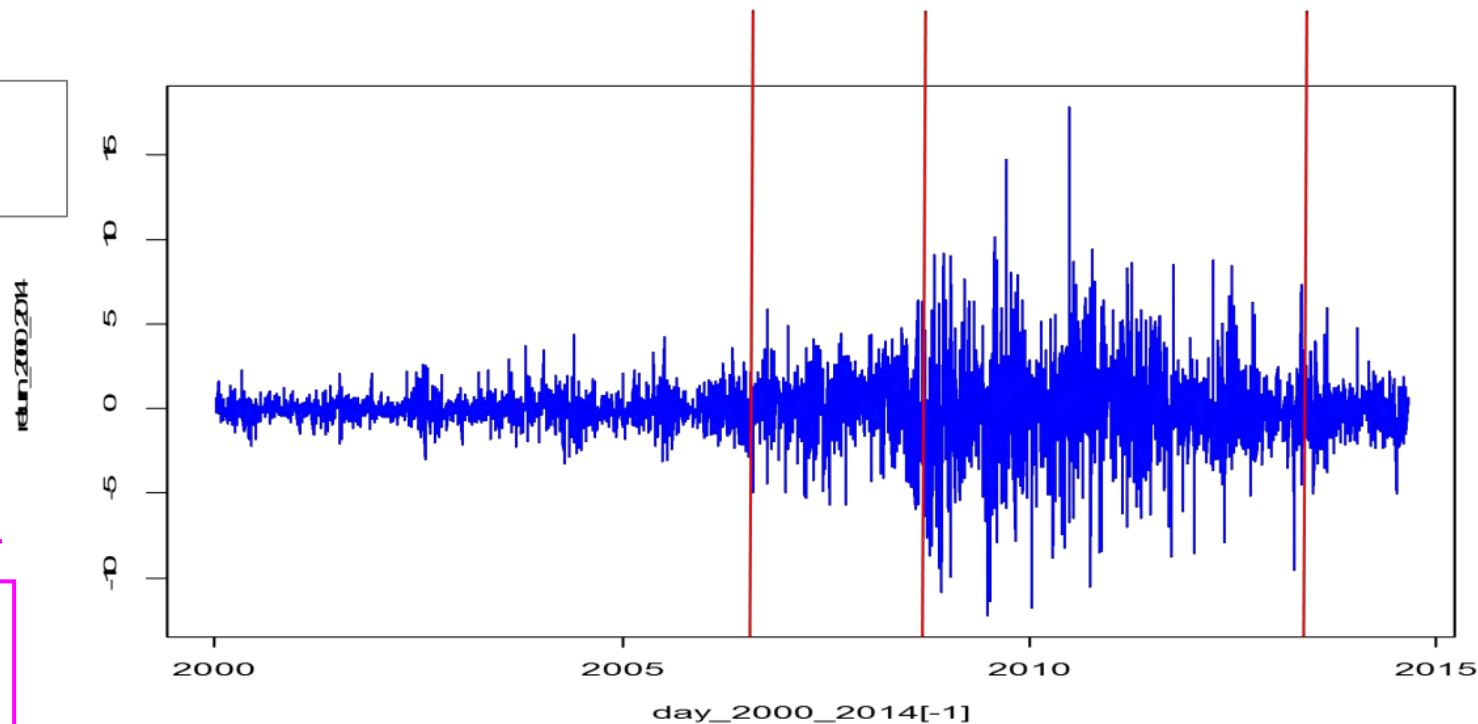
データ(2/4)

- 日次リターンはSettlement Priceから

$$R_t = (\ln P_t - \ln P_{t-1}) \times 100 \quad (1) \text{式}$$

で計算する.

グラフ3: Corn Return
(2000/1/3-2014/8/22)

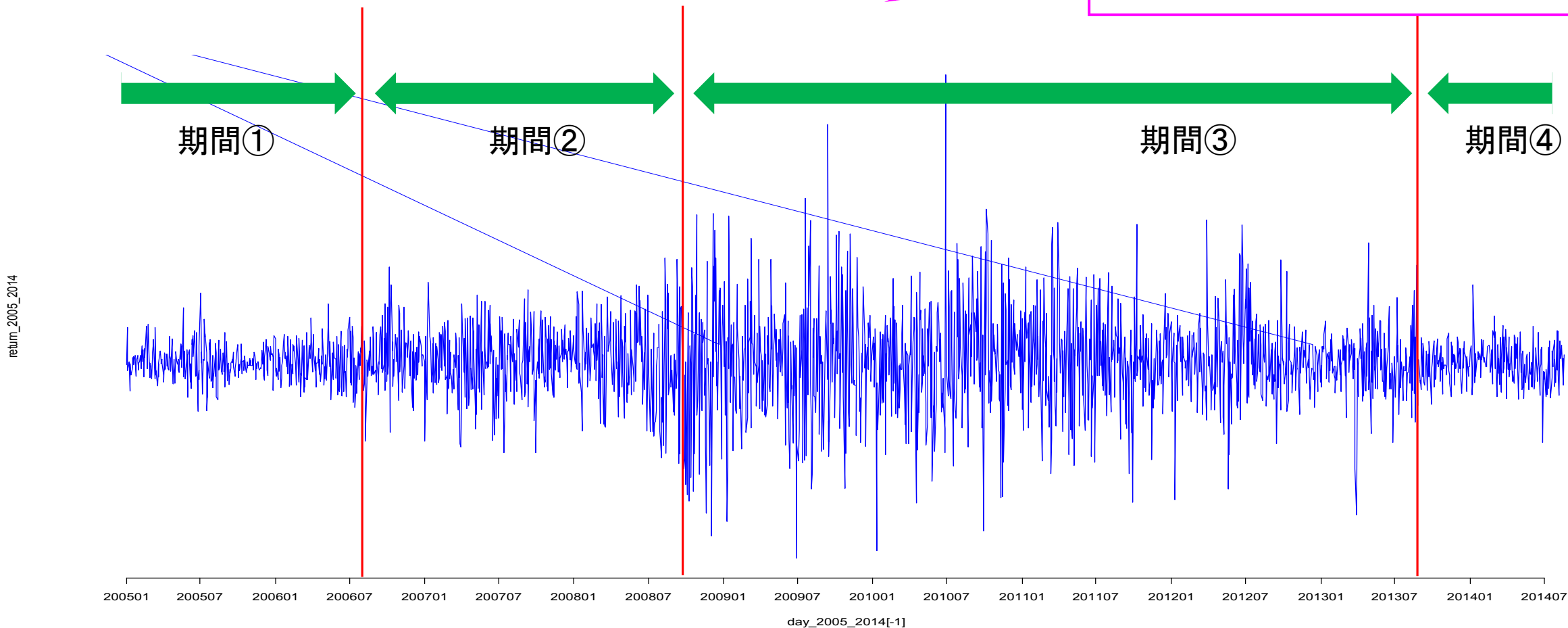


2005年くらいまでは構造変化はないと思われるので, 2005年以降のリターンのグラフを見る.

データ(3/4)

グラフ4: Corn Return
(2005/1/3-2014/8/22)

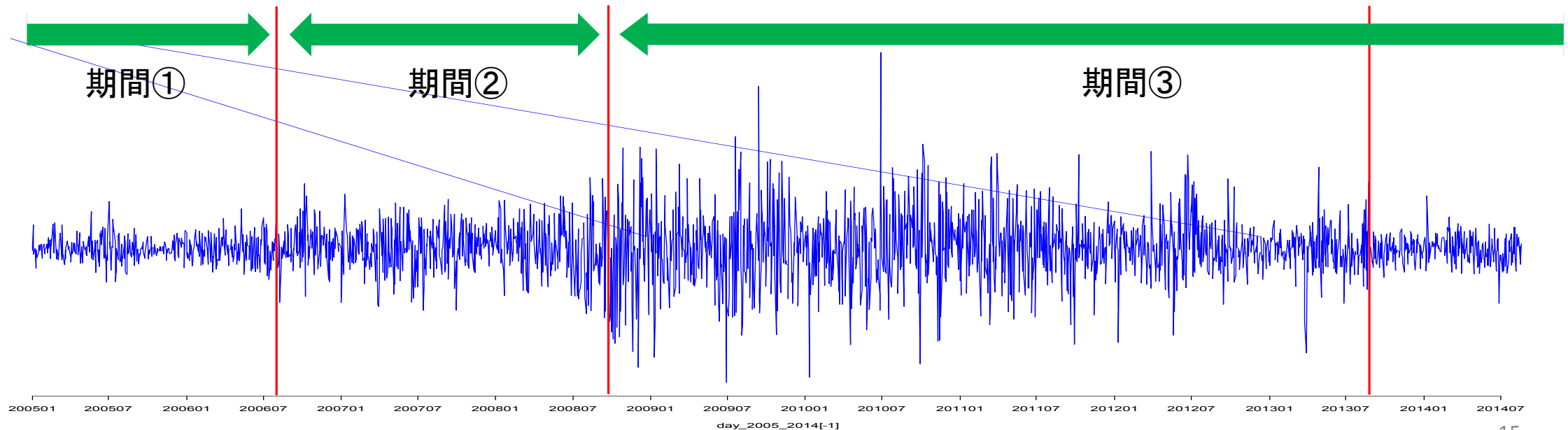
実務で使用したヒストリカル・ボラティリティのWindow幅から、2006年8月、2008年8月、2014年8月に構造変化があったと推測したので、データの期間を4つに区切る



データ(4/4)

- Kolmogorov-Smirnov検定でデータ分割の妥当性を検証した.

期間	p-value	結果
期間①2000/01/03-2006/08/10と 期間②2006/08/11-2008/08/12	0.0858	p値が10%を下回っているので、期間①と期間②のリターンの確率分布は異なる
期間②2006/08/11-2008/08/12と 期間③2008/08/13-2013/04/01	0.08499	p値が10%を下回っているので、期間②と期間③のリターンの確率分布は異なる
期間③2008/08/13-2013/04/01と 期間④2013/04/02-2014/08/22	0.3651	p値が10%を上回っているので、期間③と期間④のリターンの確率分布が等しい



3. モデルについて

モデル(1/6)

各期間のデータに対して、短期記憶のボラティリティ変動モデルである GARCHモデル, GJRモデル, EGARCHモデル, および長期記憶のモデルであるFIGARCHモデルをあてはめた。

(1) GARCHモデル

$$r_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t v_t$$

$$v_t \sim i.i.d(0,1)$$

$$E(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

推定方法: R-2.15.3のgarchFit関数で推定

モデル(2/6)

(2) GJRモデル

$$r_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t \nu_t$$

$$\nu_t \sim i.i.d(0,1)$$

$$E(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2 = \omega + \beta \sigma_{t-1}^2 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma D_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2,$$

$$\omega > 0, \beta, \alpha, \alpha + \gamma \geq 0.$$

推定方法: Windows2000環境にGARCH4.2/OxMetrics、R 2.10.1をインストールしgarchOxFit関数で推定

ダミー変数 D_{t-1}^- を用いることでボラティリティ変動の非対称性を捉えることができる。

$\gamma > 0$ のとき、予期せず価格が上がった日の翌日より価格が下がった日の翌日の方がボラティリティが上昇する(ボラティリティ変動の非対称性がある)ということになる。

モデル(3/6)

(3) EGARCHモデル

$$r_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t$$

$$z_t \sim i.i.d(0,1)$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \theta z_{t-1} + \gamma (|z_{t-1}| - E[|z_{t-1}|])$$

$\ln(\sigma_t^2)$ を被説明変数としているため、パラメータに非負制約を課す必要がなく、 ε_{t-1} をボラティリティの平方根 σ_{t-1} で基準化した z_{t-1} を説明変数に加えることによりボラティリティ変動の非対称性が捉えることができる。

$\theta < 0$ のとき、予期せず価格が上がった日の翌日より価格が下がった日の翌日の方がボラティリティが上昇する(ボラティリティ変動の非対称性がある)ということになる。

推定方法: Windows2000環境にGARCH4.2/OxMetrics、R 2.10.1をインストールしgarchOxFit関数で推定

モデル(4/6)

(4) FIEGARCHモデル

$$r_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t$$

$$z_t \sim i.i.d(0,1)$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + [1 - \beta(L)]^{-1} (1 - L)^{-d} g(z_{t-1})$$

$$g(z_{t-1}) = \theta z_{t-1} + \gamma (|z_{t-1}| - E[|z_{t-1}|])$$

和分次数 d が

$d=0$ のとき、ボラティリティは短期記憶過程に従い、

$0 < d < 0.5$ のとき、ボラティリティは定常長期記憶過程に従い、

$0.5 \leq d < 1$ のとき、ボラティリティは非定常長期記憶過程に従い、

$d=1$ のとき、ボラティリティは単位根過程に従う、

ということになる。

推定方法: Windows2000環境にG@RCH4.2/OxMetrics、R 2.10.1
をインストールしgarchOxFit関数で推定

モデル(5/6)

- ・モデルでを使用した誤差項
 - (a) 標準正規分布
 - (b) Student-t分布
 - (c) Skewed Student-t分布

モデル(6/6)

・モデルと誤差項分布

誤差項の分布 モデル	(a)標準正規分布	(b)student-t分布	(c)skewed student-t分布
(1) GARCH	(1-a)	(1-b)	(1-c)
(2) GJR	(2-a)	(2-b)	(2-c)
(3) EGARCH	(3-a)	(3-b)	(3-c)
(4) FIEGARCH	(4-a)	(4-b)	(4-c)

1つの期間に対し、モデル(4種類)、誤差項分布(3種類)の4×3の12種類の推定を行った。

各期間で分布が変わっていることを想定しているので、**各期間のボラティリティの特徴を説明するには、1つのモデルでは説明できないので、4種類のモデルを使用した。**

4. 分析結果の例

(各期間の分析結果は「7.付録」に掲載)

分析結果の例1 (期間①) (2) GJRモデル推定結果

()内はp値を表示

	(2-a)	(2-b)	(2-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	-0.025594 (0.1338)	-0.03812 (0.0173)	-0.025244 (0.1306)
ω	0.012759 (0.0016)	0.007347 (0.0185)	0.00734 (0.0151)
α	0.125579 (0.0000)	0.111892 (0.0000)	0.114607 (0.0000)
β	0.901672 (0.0000)	0.916509 (0.0000)	0.916076 (0.0000)
γ	-0.085641 (0.0001)	-0.071731 (0.0014)	-0.074429 (0.0008)
skew	-	-	1.099746 (0.0000)
shape		7.03014	7.417903 (0.0078)
Log-Likelihood			-1893.17
Q(10)			0.36047
Q ² (10)	0.55432	0.68788	0.67394
AIC	2.335668	2.293875	2.29074

$\gamma < 0$ なので、ボラティリティの非対称性がない。

分析結果の例2 (期間①) (4) FIEGARCHモデル推定結果)

()内はp値を表示

	(4-a)	(4-b)	(4-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	-0.003125 (0.8534)	no convergence	-0.026476 (0.0985)
ω	0.00000 (0.9999)		0.107088 (0.8040)
d	0.54928 (0.1906)		0.551869 (0.0000)
β	0.768693 (0.1820)		0.798096 (0.0000)
θ	0.092822 (0.0773)		0.052299 (0.0330)
γ	0.16524 (0.0160)		0.111919 (0.0226)
skew	—		7.642035 (0.0000)
shape	—		1.060018 (0.0596)
Log-Likelihood	-1925.71		-1890.585
Q(10)	0.32210		0.28592
Q ² (10)	0.65634		0.71306
AIC	2.329968		2.290036

$d = 0.55$ なので、ほぼ定常の長期記憶性に従っている。

5. 結論

まとめ

ボラティリティの性質	期間① 2000/1/3～2006/8/10	期間② 2006/8/10～2008/8/12	期間③ 2008/8/13～2014/8/22
ボラティリティの非対称性 GJR EGARCH	$\gamma < 0$ $\theta > 0$ <div style="background-color: #ff00ff; padding: 5px; text-align: center;">ボラティリティの非対称性なし</div>	$\gamma > 0$ $\theta < 0$ <div style="background-color: #ff00ff; padding: 5px; text-align: center;">ボラティリティの非対称性あり</div>	$\gamma > 0$ $\theta < 0$ <div style="background-color: #ff00ff; padding: 5px; text-align: center;">ボラティリティの非対称性あり</div>
ボラティリティの長期記憶性 FIGARCH	誤差項が (a)標準正規分布 $d=0.55$ (b)student-t分布 収束せず (c)skewed student-t分布 $d=0.55$ <div style="background-color: #ff00ff; padding: 5px; text-align: center;">定常に近い長期記憶性</div> <div style="border: 2px solid #ff00ff; padding: 5px; text-align: center;">トレンドフォローで収益があげれた</div>	誤差項が (a)標準正規分布 $d=0.12$ (b)student-t分布 $d=0.51$ (c)skewed student-t分布 収束せず <div style="background-color: #ff00ff; padding: 5px; text-align: center;">ほぼ単位根</div> <div style="border: 2px solid #ff00ff; padding: 5px; text-align: center;">トレンドフォローが安定的でなくなった</div>	

今後の課題

1. コモディティ1商品の実証研究を行ったが、コモディティの各カテゴリー（Grain/Bond/Stock Index/Currency/Metal/Energy/Soft）から実務で取引をしたことがある商品を選択して、他の商品についても期間を区切ることでボラティリティの性質が変化するか実証したい。
2. 本論文ではフリーソフトGARCH4.2を使用したか、期間②のFIEGARCHのパラメータが収束しなかったため、有償のOxMetrics7を使用して期間②のFIEGARCHのボラティリティ・モデル推定においてパラメータが収束するかを確認したい。
3. 構造変化の区切り位置の検出を実務経験に基づかず、データを用いた検出方法で行いたい。

6. 参考文献

参考文献

1. 竹内(野木森)明香[2012]「個別ボラティリティの長期記憶性と非対称性のFIEGARCHモデルとEGARCHモデルによる実証分析」日本統計学会誌第42巻,第1号,2012年9月
2. 前川功一,河合研一[2008]「株価収益率におけるボラティリティの長期依存性に関する一考察」広島経済大学経済研究論集第30巻,第3・4号
3. 三井秀俊[2012]「日本の商品先物市場におけるボラティリティの長期記憶性に関する分析」日本大学経済学部経済科学研究所 Working Papers 11-04
4. 矢島美寛[2003]「Ⅱ 長期記憶をもつ時系列モデル」経済時系列の統計—その数理的基礎,統計科学のフロンティア第8巻,岩波書店, pp.102-202.
5. 渡部敏明,佐々木浩二[2006]「ARCH型モデルと“Realized Volatility”によるボラティリティ予測とバリュー・アット・リスク」日本銀行金融研究所『金融研究』第25巻,別冊第2号, pp.39-74.
6. Baillie, Richard T., Tim Bollerslev, and Hans Ole Mikkelsen,[1996] “Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditionally Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, 74 (1), pp.3-30.
7. Bollerslev, T. and H. O. Mikkelsen[1996]“Modeling and Pricing Long-Memory in Stock Market Volatility,” *Journal of Econometrics*, 73, pp.151-184.

7. 付録(各期間の分析結果)

分析結果(期間①)

(1) GARCHモデル推定結果

()内はp値を表示

	(1-a)	(1-b)	(1-c)
誤差項の分布	標準正規分布 $v_t \sim N(0,1)$	Student-t分布 $v_t \sim t(0,1, shape)$	skewed Student-t分布 $v_t \sim skewed t(0,1, skew, shape)$
μ	-0.036982 (0.02931)	-0.046688 (0.00309)	-0.034781 (0.03500)
ω	0.014582 (0.00145)	0.008653 (0.01923)	0.008511 (0.01830)
α	0.09684 (7.730e-08)	0.091402 (3.230e-08)	0.092402 (1.640e-08)
β	0.886616 (<2e-16)	0.902273 (<2e-16)	0.901251 (<2e-16)
skew	-	-	1.095971 (<2e-16)
shape	-	6.734196 (4.180e-11)	7.109082 (5.500e-10)
Log-Likelihood	-1939.881	-1901.389	-1898.312
Q(10)	0.28954	0.29595	0.29629
Q ² (10)	0.87243	0.83816	0.83266
AIC	2.343437	2.298239	2.295734

分析結果(期間①)

(2) GJRモデル推定結果

()内はp値を表示

	(2-a)	(2-b)	(2-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	-0.025594 (0.1338)	-0.03812 (0.0173)	-0.025244 (0.1306)
ω	0.012759 (0.0016)	0.007347 (0.0185)	0.00734 (0.0151)
α	0.125579 (0.0000)	0.111892 (0.0000)	0.114607 (0.0000)
β	0.901672 (0.0000)	0.916509 (0.0000)	0.916076 (0.0000)
γ	-0.085641 (0.0001)	-0.071731 (0.0014)	-0.074429 (0.0008)
skew			1.099746 (0.0000)
shape			7.417903 (0.0078)
Log-Likelihood	-1932.436	-1896.769	-1893.17
Q(10)	0.36781	0.35721	0.36047
Q ² (10)	0.55432	0.68788	0.67394
AIC	2.335668	2.293875	2.29074

$\gamma < 0$ なので、
ボラティリティの非対称性がない。

分析結果(期間①)

(3) EGARCHモデル推定結果

()内はp値を表示

	(3-a)	(3-b)	(3-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	-0.007447 (0.6600)	no convergence	-0.01888 (0.2534)
ω	0.000000 (0.9999)		1.35745 (0.1683)
β	0.981746 (0.0000)		0.985284 (0.0000)
θ	0.10855 (0.0006)		0.05539 (0.0006)
γ	0.165864 (0.0001)		1.108051 (0.0001)
skew			1.107116 (0.0046)
shape			7.505656 (0.0000)
Log-Likelihood	-1927.1		-1889.03
Q(10)	0.39851		0.33550
Q ² (10)	0.53065		0.60157
AIC	2.330434		2.28696

$\theta > 0$ なので、ボラティリティの非対称性がない。

(4) FIGARCHモデル推定結果

分析結果(期間①)

()内はp値を表示

	(4-a)	(4-b)	(4-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	-0.003125 (0.8534)	no convergence	-0.026476 (0.0985)
ω	0.00000 (0.9999)		0.107088 (0.8040)
d	0.54928 (0.1906)		0.551869 (0.0000)
β	0.768693 (0.1820)		0.798096 (0.0000)
θ	0.092822 (0.0773)		0.052299 (0.0330)
γ	0.16524 (0.0160)		0.111919 (0.0226)
skew			7.642035 (0.0000)
shape			1.060018 (0.0596)
Log-Likelihood	-1925.71		-1890.585
Q(10)	0.32210		0.28592
Q^2(10)	0.65634		0.71306
AIC	2.329968		2.290036

$d = 0.55$ なので、ほぼ定常の長期記憶性に従っている。

分析結果(期間②)

(1) GARCHモデル推定結果

()内はp値を表示

	(1-a)	(1-b)	(1-c)
誤差項の分布	標準正規分布 $v_t \sim N(0,1)$	Student-t分布 $v_t \sim t(0,1, shape)$	skewed Student-t分布 $v_t \sim skewed t(0,1, skew, shape)$
μ	0.17338 (0.04261)	0.19404 (0.02198)	0.18841 (0.02999)
ω	0.47736 (0.13667)	0.3717 (0.21384)	0.3854 (0.21783)
α	0.12259 (0.00703)	0.1309 (0.01221)	0.13003 (0.01293)
β	0.76673 ($<2e-16$)	0.79567 ($<2e-16$)	0.7929 ($<2e-16$)
skew	-	-	0.9764 ($<2e-16$)
shape	-	10 (0.00072)	10 (0.00074)
Log-Likelihood	-1062.25	-1063.77	-1063.72
Q(10)	0.5006261	0.5301234	0.5260435
Q ² (10)	0.8826225	0.8527487	0.8561950
AIC	4.231132	4.241153	4.244919

分析結果(期間②)

(2) GJRモデル推定結果

()内はp値を表示

	(2-a)	(2-b)	(2-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	0.152454 (0.0779)	0.159713 (0.0659)	0.155689 (0.0723)
ω	0.985751 (0.1149)	0.981308 (0.1188)	1.002553 (0.1165)
α	0.068069 (0.1793)	0.067935 (0.1954)	0.068875 (0.1866)
β	0.62137 (0.0007)	0.617885 (0.0009)	0.614541 (0.0010)
γ	0.144358 (0.1662)	0.155839 (0.1601)	0.147366 (0.1701)
skew			0.94612 (0.4408)
shape			58.449328 NaN
Log-Likelihood	-1060.9	-1060.7	-1060.42
Q(10)	0.4894707	0.4943786	0.4893826
Q ² (10)	0.5742374	0.5753701	0.5750648
AIC	4.229774	4.23295	4.235794

$\gamma > 0$ なので、ボラティリティの非対称性がある。

分析結果(期間②)

(3) EGARCHモデル推定結果

()内はp値を表示

	(3-a)	(3-b)	(3-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	0.159559 (0.0631)	0.172501 (0.047)	0.160171 (0.064)
ω	1.426545 (0.0000)	14.51473 (0.1131)	1.299802 (0.0000)
β	0.93343 (0.0000)	0.957918 (0.0000)	0.926352 (0.0000)
θ	-0.104057 (0.0855)	-0.125089 (0.0558)	-0.103589 (0.121)
γ	0.242725 0.0064)	0.251957 (0.0157)	0.248678 (0.0104)
skew			0.953686 (0.5631)
shape			54.114551 (0.8235)
Log-Likelihood	-1058.688	-1059.99	-1058.29
Q(10)	0.5049037	0.5151734	0.5028405
Q ² (10)	0.2340778	0.1040453	0.2717835
AIC	4.224953	4.234084	4.231325

$\theta < 0$ なので、ボラティリティの非対称性がある。

(4) FIGARCHモデル推定結果

分析結果(期間②)

()内はp値を表示

	(4-a)	(4-b)	(4-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	0.11771 No convergence	0.12493 No convergence	No convergence
ω	0.11753	0.44728	
d	0.11554	0.51641	
β	0.11798	0.50031	
θ	0.08662	0.1593	
γ	0.05495	0.47985	
skew	—	—	
shape	—	48.511	
Log-Likelihood	-1051.178	-1068.31	
Q(10)	0.6374055	0.3218984	
Q ² (10)	0.4411737	0.0000027	
AIC	4.199119	4.27108	

(a)標準正規分布 $d=0.12$
 (b)student-t分布 $d=0.52$
 誤差項が標準正規分布のときは、定常長期記憶性に、誤差項がstudent-t分布のときは、定常に近い非定常長期記憶性に従っている

分析結果(期間③)

(1) GARCHモデル推定結果

()内はp値を表示

	(1-a)	(1-b)	(1-c)
誤差項の分布	標準正規分布 $v_t \sim N(0,1)$	Student-t分布 $v_t \sim t(0,1, shape)$	skewed Student-t分布 $v_t \sim skewed t(0,1, skew, shape)$
μ	-0.060615 (0.262)	-0.04908 (0.325)	-0.05932 (0.263)
ω	0.026735 (0.020)	0.01902 (0.127)	0.01892 (0.128)
α	0.056288 9.440E-09	0.05232 3.480E-06	0.05248 3.260E-06
β	0.942028 ($< 2e-16$)	0.9469 ($< 2e-16$)	0.94675 ($< 2e-16$)
skew	-	-	0.98025 ($< 2e-16$)
shape	-	5.44439 8.300E-14	5.46964 1.130E-13
Log-Likelihood	-3555.421	-3499.679	-3499.515
Q(10)	0.9018142	0.8987834	0.898689
Q ² (10)	0.2506338	0.1428679	0.148389
AIC	4.717589	4.645035	4.646144

分析結果(期間③)

(2) GJRモデル推定結果

()内はp値を表示

	(2-a)	(2-b)	(2-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	-0.098733 (0.0707)	-0.066562 (0.1857)	-0.074486 (0.1619)
ω	0.022595 (0.0235)	0.01791 (0.1339)	0.018144 (0.1308)
α	0.015307 (0.0410)	0.025255 (0.0163)	0.025668 (0.0154)
β	0.95124 (0.0000)	0.949033 (0.0000)	0.948771 (0.0000)
γ	0.066135 (0.0000)	0.05096 (0.0035)	0.05085 (0.0037)
skew			0.984205 (0.6527)
shape			5.766372 (0.0000)
Log-Likelihood	-3540.24	-3494.58	-3494.48
Q(10)	0.76637	0.79374	0.79443
Q ² (10)	0.19004	0.15833	0.16250
AIC	4.698797	4.639601	4.640792

$\gamma > 0$ なので、ボラティリティの非対称性がある。

分析結果(期間③)

(3) EGARCHモデル推定結果

()内はp値を表示

	(3-a)	(3-b)	(3-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	-0.027385 (0.625)	No convergence	No convergence
ω	0 (0.9999)		
β	1.001627 (0.0000)		
θ	-0.093051 (0.0000)		
γ	0.212249 (0.0000)		
skew	-		
shape	-		
Log-Likelihood	-3570.11		
Q(10)	0.8107863		
Q ² (10)	0.0097095		
AIC	4.739713		

$\theta < 0$ なので、ボラティリティの非対称性がある。

(4) FIGARCHモデル推定結果

分析結果(期間③)

()内はp値を表示

	(4-a)	(4-b)	(4-c)
誤差項の分布	標準正規分布	Student-t分布	skewed Student-t分布
μ	-0.133301 (0.0166)	no convergence	-0.074051 (0.1794)
ω	2.334855 (0.0000)		1.912445 (0.0000)
d	0.744523 (0.0000)		0.814706 (0.0000)
β	-0.37277 (0.0994)		-0.46454 (0.1043)
θ	-0.084953 (0.0003)		-0.055324 (0.0437)
γ	0.204011 (0.0000)		0.175929 (0.0009)
skew	—		5.723995 (0.9592)
shape	—		1.001387 (0.0000)
Log-Likelihood	-3539.366		-3493.61
Q(10)	0.8456003		0.8503870
Q ² (10)	0.7806592		0.5699126
AIC	4.700287		4.642295

(a)標準正規分布 d=0.745
 (b)student-t分布 収束せず
 (c)skewed student-t分布
 d=0.815
 ⇒非定常長期記憶性に従っている
 (単位根とほぼ同義)