

日米市場の分散リスクプレミアムの 市場超過リターン予測可能性

藤永 博之

一橋大学大学院 国際企業戦略研究科
金融戦略・経営財務コース

2016/3/11

はじめに

- 本研究では、実現ボラティリティ (Realized Volatility, RV) の1ヶ月先期待値について、6つのモデルから予測を行い、予測精度の向上を図る。
- 次に、予測から得られたRVの1ヶ月先期待値とインプライドボラティリティ (Implied Volatility, IV) との差分である分散リスクプレミアム (Volatility Risk Premium, VRP) を説明変数に日米の市場における株の市場超過リターンの予測を行う。
- 最後に予測力について、データの取得時点と月末効果のアノマリーの観点からその頑強性を検証していく。

市場超過リターンの予測回帰

伝統的な予測回帰

1年以上の長い投資期間では以下のようなファイナンシャルレシオ等が株式の市場超過リターンと正の関係をもつと報告されている。

- 配当利回り (Fama and French(1988), Campbell and Shiller(1988))
- 名目金利 (Hodrick(1992))
- 消費と資産の比率 (Lettau and Ludvigson (2001))

VRP による予測回帰

- 米国市場での予測力 (Bollerslev et al. (2009))
VRP が従来の変数よりも短い期間 (3ヶ月~6ヶ月) で予測力がある。
- 米国市場以外の予測力 (Londono (2014))
米国の VRP が先進国の市場超過リターンの予測力がある。

分散リスクプレミアム (VRP) の定義

リスク中立確率測度のボラティリティの期待値と実確率測度の期待値との差分が VRP である。3つの $E_t^P[\mathcal{V}_{t,t+1}]$ を用いる VRP を定義する。

$$VRP_t \equiv E_t^Q[\mathcal{V}_{t,t+1}] - E_t^P[\mathcal{V}_{t,t+1}].$$

インプライドボラティリティ (IV)

オプション価格から計算，従来用いられているブラックショールズ式から直接計算するのではなく，モデルフリーインプライドボラティリティを用いる。

実現ボラティリティ (RV)

$t \sim t+1$ 期間のリターンの2乗値の合計で計算される。 $RV_{t,t+1} = \sum_{i=1}^n r_{t+i/n}^2$ 。
ここで r_t はリターン， n は観測数， $n \rightarrow \infty$ とすると，真のボラティリティ σ_t に確率収束する。 $\text{plim}_{n \rightarrow \infty} RV_{t,t+1} = E_t^P[\mathcal{V}_{t,t+1}]$ 。

RV の期待値の定義は以下の3種類ある。

期待 VRP
(マルチンゲール)

$$E_t^P[\mathcal{V}_{t,t+1}] = RV_{t-1,t}$$

事後 VRP

$$E_t^P[\mathcal{V}_{t,t+1}] = RV_{t,t+1}$$

期待 VRP
(予測モデル)

$$E_t^P[\mathcal{V}_{t,t+1}] = \widetilde{RV}_{t,t+1}$$

分析対象データ

実証分析に使用するデータは日米市場を対象とし、月次の頻度のデータを利用する。期間はRVの推定には1996/1~2015/8とし、RVは、オックスフォード大学 Man Institute の Realized Library サイト。IVについてはVIXと日経平均ボラティリティー・インデックス（日経VI），市場超過リターンは日経225指数，マクロ変数は連邦準備制度理事会経済データベースから取得した。

Table 1: 基本統計量（市場超過リターン，RV，IV）

Panel A: 月次 IV(%) and RV(%)				
	平均	標準偏差	歪度	尖度
日経 225 リターン	0.2421	5.7908	-0.3412	0.6273
日経 225RV	0.3147	0.2788	5.0775	40.2917
日経 VI	0.6046	0.6455	6.6065	57.7505
S&P500 リターン	0.6657	4.1988	-0.7006	1.2848
S&P500RV	0.2380	0.4018	7.3148	72.6261
VIX	0.4138	0.3950	3.2272	14.1319
Panel B: 月次 VRP(%)				
	平均	標準偏差	歪度	尖度
日経 225 VRP ⁽¹⁾	0.2593	0.3825	6.3643	53.8932
日経 225 VRP ⁽²⁾	0.2607	0.5360	5.3745	47.1726
S&P500 VRP ⁽¹⁾	0.1485	0.2166	-3.4265	36.0496
S&P500 VRP ⁽²⁾	0.1502	0.3590	-5.6277	57.6147

RV の特性

- 長期記憶性
 - ・大きい（小さい）値をとる期間が長期に継続する
 - ・局所的にトレンドや周期性，全体的には確率的に変動する
 - ・自己相関関数の減衰がなだらか
- マイクロストラクチャ・ノイズ
 - ・ビッド・アスク・バウンス
 - ・非同期取引
- マクロ変数との関連

Table 2: グレンジャー因果性テストの結果

変数	日本		米国	
	F 値	p 値	F 値	p 値
鉱工業生産指数-差分	2.7434	0.0427**	1.6662	0.1735
完全失業率-差分	0.8408	0.4720	3.8899	0.0092**
自国 IV-差分	6.5749	0.0002**	15.669	0.0000**
他国 RV	2.3329	0.0740	1.4831	0.2190
他国 IV-差分	7.1026	0.0001**	15.669	0.0000**

- IV との共和分関係
 - ・ Engle Granger 検定

$$RV^{JP} = 0.0008 + 0.4380 IV^{JP}, \quad RV^{US} = -0.0014 + 0.9847 IV^{US}.$$

(6.396) (30.713) (-6.027) (23.774)

係数の下の括弧内の値は t 値である。残差項に単位根検定 (Augmented Dickey-Fuller 検定) を行うと、検定統計量が日本が-4.8803, 米国が-4.9119, それぞれ 5%有意水準で帰無仮説 (単位根がある) は棄却, 共和分関係が示唆される。

予測モデル

予測には以下の6つのモデルを用いる。

Table 3: 各モデルの類型

モデル	長期記憶	MMSの除去	確率ポラティリティ	構造型	マクロ変数	説明
HAR(Heteroskedasticity Autoregressive) モデル	○					RV の予測に使う説明変数に日次の RV と週次の RV、月次の RV を用いて短期から長期の RV から予測を行うモデル。
RSV(Realized Stochastic Volatility) モデル		○	○			ポラティリティの変動を潜在変数として、状態空間モデルによってとらえる確率ポラティリティモデルに RV を観測変数として加えたモデル。
RSV-HAR モデル	○	○	○			RSV モデルの RV の予測に HAR モデルの構造を加えたモデル。
RSV-VAR(Vector autoregression) モデル		○	○	○		RSV モデルの RV の予測に米国の RV との VAR 構造を加えたモデル。
RSV-VECM(Vector Error Correction Term) モデル		○	○	△		RSV モデルの RV の予測に IV との VECM 構造を加えたモデル。
DMA (Dynamic Model Averaging)					○	各マクロ変数を元に RV の予測回帰を行い、その各モデルの結果を各事後確率を元に加重平均した結果を予測値とするモデル。

HAR モデルは最小二乗法, RSV モデルは粒子フィルタ, DMA はカルマンフィルタによって推定する. HAR モデルは過去 60ヵ月をルックバック期間とし, その他のモデルは 24 カ月をバーンイン期間とする.

RSV-VECM

RV と IV の共和分関係を RSV モデルに組み込んで拡張したモデル. RV と IV の間の共和分関係をモデルに組み込むことでモデルの予測精度向上が期待される.

$$r_t = \mu + \exp(h_t/2)\epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, 1),$$

$$h_t = \xi + \phi(h_{t-1} - \xi) + \sigma_\eta \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, 1),$$

$$h_1 \sim N(\xi, \sigma_\eta^2 / (1 - \phi^2)),$$

$$\begin{pmatrix} \Delta y_t^{rv} \\ \Delta y_t^{iv} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu^{rv} \\ \nu^{iv} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha^{rv} \\ \alpha^{iv} \end{pmatrix} (\beta^{rv} \quad \beta^{iv}) \begin{pmatrix} y_{t-1}^{rv} \\ y_{t-1}^{iv} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_{21}^{11} & \gamma_{22}^{12} \\ \gamma_{21}^{21} & \gamma_{22}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta y_{t-1}^{rv} \\ \Delta y_{t-1}^{iv} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi^{rv} \\ \psi^{iv} \end{pmatrix} h_{t-1} + \begin{pmatrix} \sigma_t^{rv} u_t^{rv} \\ \sigma_t^{iv} u_t^{iv} \end{pmatrix}, \quad u_t^{rv}, u_t^{iv} \sim N(0, 1).$$

ここで, r_t は月次リターン, Δy_t^{rv} は RV の変化率, Δy_t^{iv} は IV の変化率, h_t は r_t の対数ボラティリティで潜在変数とする. α は調整係数ベクトル, β は共和分ベクトル, $\beta^t y_t = ECT_{t-1}$ は誤差調整ベクトルと呼ばれる. 誤差調整ベクトルが長期均衡からの乖離, $\gamma \Delta y_t$ が短期的な変動を表す.

各モデルの推定結果 (RV・日本)



Figure 1: RV (実現値と予測値)

期間は 2001/7~2015/7 の期間で各モデルを用いて予測した RV の期待値. x 軸が年月で, y 軸が自由度調整済み決定係数の値. 実線が実現値, 点線が予測値

RV の変動に対して RSV-VAR, RSV-VECM, DMA モデルが比較的うまくトラックできている.

結果の比較方法及び推定結果

Mincer-Zarnowitz 回帰による決定係数

$$RV_t = \beta_0 + \beta_1 \hat{\sigma}_t^2 + \epsilon_t,$$

予測誤差

$$MSE(\text{MeanSquaredError}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(RV_t - \hat{\sigma}_t^2 \right)^2,$$

$$HMSE(\text{HeteroskedasticMSE}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(1 - \frac{\hat{\sigma}_t^2}{RV_t} \right)^2,$$

$$MAE(\text{MeanAbsoluteError}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| RV_t - \hat{\sigma}_t^2 \right|,$$

$$HMAE(\text{HeteroskedasticMAE}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| 1 - \frac{\hat{\sigma}_t^2}{RV_t} \right|.$$

Table 4: 1 期先予測力の比較結果

推定モデル	日本					米国				
	R^2	MSE	HMSE	MAE	HMAE	R^2	MSE	HMSE	MAE	HMAE
HAR	28.3%	0.1387	0.2209	0.0017	0.3922	35.3%	0.1709	0.4172	0.0013	0.4470
RSV	25.7%	0.1642	0.3051	0.0026	0.4236	35.3%	0.1574	0.4388	0.0016	0.6096
RSV-HAR	25.9%	0.2496	0.3272	0.0020	0.4779	36.3%	0.5925	1.8624	0.0019	0.6605
RSV-VAR	31.9%	0.1376	0.3855	0.0016	0.4184	33.6%	0.1228	0.4784	0.0012	0.4184
RSV-VECM	32.3%	0.0787	0.2642	0.0013	0.3424	40.4%	0.1502	0.5409	0.0014	0.4644
DMA	35.9%	0.0392	0.1487	0.0009	0.2741	47.5%	0.1581	0.5093	0.0012	0.4605

各モデルからの予測回帰

予測回帰式

$$\frac{r_{t,t+h}}{h} = a(h) + b(h)VRP_t + u_{t,t+h}, \quad h = 1, 2, \dots, 12 \text{ カ月}$$

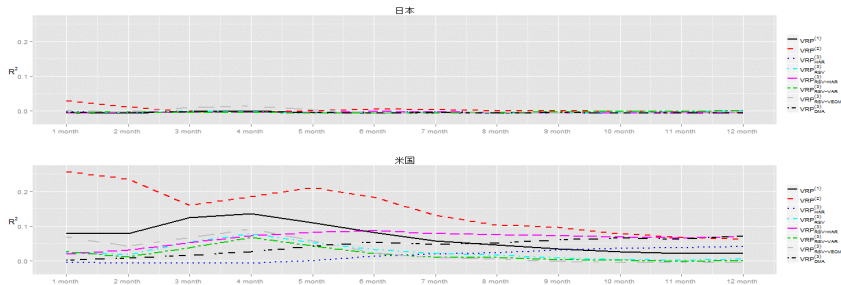


Figure 2: 日米の市場超過リターンの予測 (自由度調整済み決定係数)

期間は 2001/7~2015/7 の期間で $VRP^{(2)}$ から 1~12ヶ月先の市場超過リターンに対して予測回帰を行った結果. x 軸が投資期間で, y 軸が自由度調整済み決定係数の値.

直近までのデータで見ると日本の決定係数は低い一方, 米国では高い決定係数が示される. ただし, 予測モデルによる $VRP^{(3)}$ は $VRP^{(1)}$ と同等程度で RV の予測によって, 市場超過リターンの予測力が向上したとは言い難い.

頑強性の確認 (RV と IV の異時点取得の問題)

問題点

IV は理論的にはこれから先 1ヵ月間のボラティリティだが、データを時系列的な観点から見ると月末値である一方で、RV は 1ヵ月間の各日の積み上げであり、観測の時点が異なる。RV はボラティリティの上昇に対して IV より緩やかになるためリスクオフ局面に VRP へ反映され、予測回帰の結果に表れてしまう。

確認方法

直近 1ヵ月間の IV の平均値を用いて、月末値と予測回帰の結果を比較する。

確認結果

1ヶ月 ~4ヶ月先の予測については IV の平均を用いると予測力が低下する。



Figure 3: 米国市場における VRP を使った市場超過リターンの回帰予測。期間は 2001/7~2015/7 の期間の市場超過リターンの予測回帰結果。x 軸が時系列で、y 軸が自由度調整済み決定係数の値。

頑強性の確認 (月末効果①)

問題点

有名なアノマリーとして「月末効果」(Ariel (1987), 月末, 月初の数日間に株価が上昇することが多く, 月中と比べて高いパフォーマンスが確認される.) があるが, VRP は月末時点のデータを用いるため, 月末効果が水増しされている可能性がある。

確認方法

RV と IV はそれぞれ日次で観測が可能のため, $VRP^{(1)}$ を営業日毎に計算し, 予測回帰を行って, 各決定係数に差異がないかを確認する。

確認結果

3 カ月, 6 カ月においては, 月末月初の決定係数が高く, 月中は相対的に低い値とおり, 予測力が低下している。営業日によって大きな差があることが確認できた。

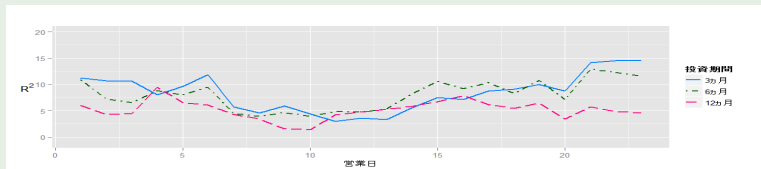


Figure 4: 米国市場の予測回帰 ($VRP^{(1)}$, 1 ~ 23 営業日).

期間は 2001/7~2015/7 の期間で $VRP^{(1)}$ から市場超過リターンに対して各営業日毎に予測回帰を行った結果. x 軸が営業日で, y 軸が自由度調整済み決定係数の値。

頑強性の確認 (月末効果②)

問題点

有名なアノマリーとして「月末効果」(Ariel (1987), 月末, 月初の数日間に株価が上昇することが多く, 月中と比べて高いパフォーマンスが確認される。)があるが, VRP は月末時点のデータを用いるため, 単に月末効果が捉えられている可能性がある。

確認方法

RV と IV はそれぞれ日次で観測が可能のため, $VRP^{(2)}$ を営業日毎に計算し, 予測回帰を行って, 各決定係数に差異がないかを確認する。(市場超過リターンから直近一ヶ月を除外)

確認結果

3 カ月, 12 カ月においては予測力が確認できず, 6 カ月についても月中は相対的に低い値であり予測力が低下している。営業日によって大きな差があることが確認できた。

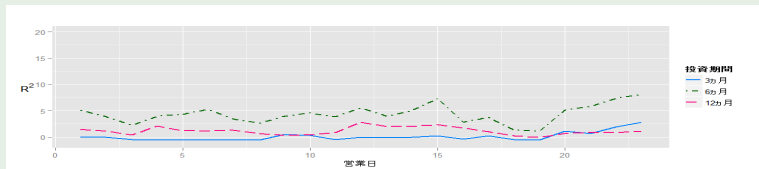


Figure 5: 米国市場の予測回帰 ($VRP^{(2)}$, 1 ~ 23 営業日).

期間は 2001/7~2015/7 の期間で $VRP^{(2)}$ から市場超過リターンに対して各営業日毎に予測回帰を行った結果. x 軸が営業日で, y 軸が自由度調整済み決定係数の値。

結論

- 日米市場の RV の予測において、RSV-VECM モデル、DMA が従来の HAR モデル、RSV モデルよりも予測力の向上することが確認された。
- 日本市場の市場超過リターンの予測は、RV の予測モデルから得られた $VRP^{(3)}$ を用いても有意にはならないことが確認された。
- 米国市場の市場超過リターンの予測は、RV の予測モデルから得られた $VRP^{(3)}$ を用いても、 $VRP^{(1)}$ と比べて同程度の予測力しか得られないことが確認された。
- VRP を用いた米国市場の市場超過リターンの予測力は、RV と IV の異時点取得の問題、月末効果による効果が大きいことが確認された。

参考文献

- [1] Ariel, R. A. (1987) "A monthly effect in stock returns," *Journal of Financial Economics*, Vol. 18, No. 1, pp. 161-174.
- [2] Bakshi, G. and N. Kapadia (2003) "Delta-hedged gains and negative market volatility risk premium," *The Review of Financial Studies*, Vol. 16, No. 2, pp. 527-566.
- [3] Bansal, R. and A. Yaron (2004) "Risks for the long run: A potential resolution of asset pricing puzzles," *The Journal of Finance*, Vol. 59, No. 4, pp. 1481-1509.
- [4] Bollerslev, T., D. Osterrieder, N. Sizova, and G. Tauchen (2013) "Risk and return: Long-run relations, fractional cointegration, and return predictability," *Journal of Financial Economics*, Vol. 108, No. 2, pp. 409-424.
- [5] Bollerslev, T. and H. Zhou (2006) "Volatility puzzles: A simple framework for gauging return-volatility regressions," *Journal of Econometrics*, Vol. 131, No. 1, pp. 123-150.
- [6] Ng, A. (2000) "Volatility spillover effects from Japan and the US to the Pacific-Basin," *Journal of international money and finance*, Vol. 19, No. 2, pp. 207-233.
- [7] Raftery, A. E., T. Gneiting, F. Balabdaoui, and M. Polakowski (2005) "Using bayesian model averaging to calibrate forecast ensembles," *Monthly Weather Review*, Vol. 133, No. 5, pp. 1155-1174.
- [8] Takahashi, M., Y. Omori, and T. Watanabe (2009) "Estimating stochastic volatility models using daily returns and realized volatility simultaneously," *Computational Statistics & Data Analysis*, Vol. 53, No. 6, pp. 2404-2426.
- [9] Ubukata, M. and T. Watanabe (2011) "Market variance risk premiums in Japan as predictor variables and indicators of risk aversion," Working Paper, Hitotsubashi University.